

FORTALECIMIENTO DE LAS COMPETENCIAS MATEMÁTICAS A TRAVÉS DE LA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS POR EL MÉTODO HEURÍSTICO DE POLYA¹

Strengthening of mathematical competencies through problem solving by the polya heuristic
method

Laura Rosa López López, Oscar Mauricio Rendón Arango²

Edgar Ceballos³

RESUMEN

El objetivo del presente artículo es por una parte, dar a conocer la problemática de la enseñanza de las matemáticas en la competencia de resolución de problemas del componente métrico geométrico, en el grado quinto de la Institución Educativa Josefina Muñoz Gonzáles del municipio de Rionegro, y por otra, reflexionar sobre las posibles causas de dicha problemática para proponer como una alternativa de mejora al método de enseñanza basado en la resolución de problemas, el cual es un método heurístico desarrollado por George Polya y otros autores, los cuales fueron utilizados como fundamento teórico para este trabajo de investigación.

Teniendo en cuenta que nuestra investigación es de tipo documental, iniciamos entonces el trabajo con la revisión e interpretación de los resultados obtenidos en las pruebas saber 5° de los estudiantes de la institución focalizada en el área de matemáticas, ya que estos resultados son

¹ Artículo de resultados como requisito para optar al título de Licenciatura en Matemáticas.

² Estudiantes de décimo semestre de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Católica de Oriente. Sector 9. Cra. 46 # 40B – 50, A. A. Rionegro: 008, Investigadoras, E-Mail: laurarosa2019@gmail.com, Omrendon@misena.edu.co

³ Mg. en la Enseñanza de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Colombia y docente en la Universidad Católica de Oriente. Sector 9. Cra. 46 # 40B – 50, A. A. Rionegro: 008, Asesor, E-Mail: edces73@hotmail.com

una muy buena manera de identificar cuáles son las falencias. En estos resultados encontraremos que el desempeño en matemáticas es bajo sobre todo en la competencia de resolución de problemas pertenecientes al componente métrico geométrico. Después nos centramos en consultar referentes teóricos sobre la resolución de problemas de matemáticas, sobre el método heurístico de Polya, y además, consultar teoría acerca de la enseñanza de las matemáticas, en especial de la geometría, tanto en documentos contruidos por la didáctica de las matemáticas, como también en los referentes legales emitidos por el Ministerio de Educación Nacional.

ABSTRACT

The objective of this article is, on the one hand, to make known the problem of teaching mathematics in the problem-solving competence of the geometric metric component in the fifth grade of the Josefina Muñoz Gonzales educational institution in the municipality of Rionegro., And on the other, to reflect on the possible causes of this problem to propose as an alternative for improvement the teaching method based on problem solving, which is a heuristic method developed by George Polya and other authors which were used as a theoretical foundation for this research work.

Taking into account that our research is of a documentary type, we then began our work with the review and interpretation of the results obtained in the knowing 5 tests of the students of the institution focused on the area of mathematics, since these results are a very good way to identify results are shortcomings. In these results we will find that the performance in mathematics is low, especially in the problem-solving competence belonging to the geometric metric component. Then we focus on consulting theorists about solving mathematics problems, on the heuristic method of Polya, and also, consulting theory about the teaching of mathematics,

especially geometry, both in documents constructed by the didactics of mathematics, as well as in the legal references issued by the Ministry of National Education.

INTRODUCCIÓN

A lo largo de este escrito, se trata dar claridad al desarrollo de estrategias metodológicas basadas en la habilidad de resolución de problemas del componente métrico geométrico por el método heurístico de Polya para el grado quinto, con el fin de aportar al aprendizaje de los estudiantes en la resolución de problemas en el área de matemáticas. Ya que la resolución de problemas es la competencia que más se les dificulta a los estudiantes de la básica primaria en dicho grado de la Institución Educativa Josefina Muñoz del municipio de Rionegro y en especial cuando estos problemas se basan en el componente métrico-geométrico. Los estudiantes del grado y de acuerdo a los resultados entregados por el ICFES, no poseen las habilidades para interpretar situaciones planteadas, no logran establecer la relación entre la pregunta y los datos dados en el problema, por lo tanto, se les dificulta el diseño de estrategias para encontrar la solución.

Por lo anterior, se hace necesario atender con urgencia esta problemática por parte de todos los actores involucrados en el aprendizaje en el área de matemáticas, con el fin de implementar, adaptar o diseñar estrategias de aprendizaje, ya que el pensamiento geométrico es unos de los componentes de las matemáticas que más se ve afectado en su enseñanza y aprendizaje.

La situación encontrada en esta institución coincide con estudios realizados en otros escenarios donde se ha evidenciado que entre las posibles causas de las dificultades para el desarrollo del pensamiento métrico geométrico en los estudiantes está que en los programas institucionales no le dedican el tiempo suficiente y sólo se limitan a transcribir fórmulas y dibujos sin el uso de situaciones problema que permitan contextualización y aprendizajes significativos, desconociendo además que la geometría es una de las ramas de las matemáticas

más importantes para visualizar, explorar y representar objetos del entorno y proporcionar conocimientos útiles en la vida cotidiana.

Teniendo en cuenta el panorama de este escrito, en el trabajo se hablará, primero del concepto de resolución de problemas, luego abordaremos la metodología de Polya para resolver problemas en matemáticas con la explicación del ejemplo de aplicación más representativo, hallado en el libro de dicho autor y se analiza también la importancia del desarrollo de los componentes pertenecientes al pensamiento métrico geométrico y la enseñanza de la geometría. Luego se presenta el carácter obligatorio de la enseñanza de las matemáticas y la geometría establecido en los distintos referentes legales realizando las reflexiones que al respecto se hacen necesarias. Después, se presenta a manera de modelo, una situación didáctica encaminada a mejorar los aprendizajes y que puede servir de referente para futuras investigaciones ya de carácter experimental y por último, las conclusiones a que tuvo lugar esta investigación de tipo documental.

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

La resolución de problemas es un tema que ha llamado la atención de intelectuales desde los griegos, con la diferenciación que realiza Aristóteles de problema y proposición (Castro, 1991) citado por (Piñero & Diaz, 2015), siglos después filósofos y matemáticos y psicólogos se han preocupado de reflexionar y dilucidar sobre los procesos vividos por los resolutorios (p. 1).

En este acercamiento a la resolución de problemas tenemos a (Piñero & Diaz, 2015) quien hace referencia a cómo los griegos se interesaron por la resolución de problemas como una forma de cuestionar sus propios aprendizajes, a partir de esto se profundizaron los conocimientos sobre los procesos de enseñanza en la resolución de problemas.

Algunos autores como (Watzlawick, 1995; Weisberg, 1989) citados por (Rojas-de Escalona, 2010) se cuestionan la manera cómo se enseña la resolución de problemas, dicen que se requiere un cambio estructural para lograr solucionar los problemas, donde no se necesita de un talento especial sino más bien ver con claridad las ideas y acciones que entran en juego en la solución de problemas. Este cambio representa la búsqueda de una solución que conduce a las personas a resolver los problemas, es así, como la reestructuración supone cambiar el marco conceptual, la manera cómo pensamos acerca del problema y cambiar el aspecto emocional, y la manera cómo nos sentimos en relación al problema, es decir, que este cambio de sentido con respecto al problema abre la posibilidad para nuevas alternativas de respuesta (p. 6); por otro lado nuevamente (Rojas-de Escalona, 2010), se cuestiona sobre la resolución de problemas como una competencia, puesto que no se trata de tener éxito en la solución de algunos problemas y fracaso en la mayoría, sino que se debe convertir en una habilidad, de lo cual se profundiza a continuación.

La Competencia en Resolución de Problemas

En relación con la competencia de resolución de problemas cabe mencionar que el (Ministerio de Educación, 2018), en los estándares básicos de competencia en el área de matemáticas organiza el área en cinco pensamientos que son: (numérico, geométrico, métrico, aleatorio y variacional) que se reagruparon en tres para la básica primaria (numérico-variaciones, geométrico-métrico y aleatorio) y cinco procesos a desarrollar: comunicación, razonamiento, modelación, resolución de problemas, formulación, comparación y ejecución de procedimientos (p. 16). Entonces, los pensamientos actúan como los componentes, y los procesos por su parte, actúan como las competencias que se deben desarrollar para ser matemáticamente competente y de acuerdo al documento en alusión, la resolución de problemas es la principal. Componentes y competencias son evaluados por el ICFES, y según sus estadísticas es importante decir que año tras año en todos los componentes y todas las competencias se presentan bajos resultados (Gómez-Cedeño, 2011), sin embargo, una de las competencias en la que es recurrente un bajo resultado es en la competencia para resolver problemas y más aún si son problemas del componente métrico-geométrico, según la misma institución, todo apunta a que la enseñanza de las matemáticas sigue enfocada en la resolución de ejercicios, por ejemplo en geometría y medición, en memorizar fórmulas y hacer conversiones de unidades y no a la solución de situaciones problema usando el contexto. Es la oportunidad para aclarar que lo anterior es exactamente lo que se encontró en la institución usada como referente para este trabajo, de manera particular el informe dado para la institución sobre sus resultados habla que “los estudiantes no reconocen propiedades ni relaciones entre figuras geométricas y no hacen inferencias ni proponen relaciones y/o abstracciones a partir de ellas”.

En efecto, se ve la necesidad entonces de preparar y capacitar a los docentes para que tengan mejores herramientas para fortalecer las competencias de los estudiantes y un mejor desempeño en el área de matemáticas, porque la preparación de los docentes es vital para los procesos de enseñanza y sus desempeños se verán reflejados a la hora de las evaluaciones como las realizadas por el ICFES que, aunque son aplicadas es a los estudiantes, son un importante indicador también de las buenas o malas prácticas docentes.

Continuando con el tema de las competencias, y esta vez hablando de su conceptualización, tenemos que son denominadas así con el fin de designar al conjunto de elementos o factores necesarios para incluir habilidades y mejorar desempeños o metodologías en términos educativos. Según la OCDE (2015) en su proyecto PISA, involucra el término de competencia como la manera o capacidad en la que un individuo evalúa el papel de las matemáticas en la vida cotidiana, donde los ciudadanos puedan ser constructivos, comprometidos y reflexivos, además, de construir conocimientos a través de los estándares básicos gestionados desde el MEN. Según esto, entonces si hablamos de competencia en la resolución de problemas, implica habilidad para enfrentarlos, habilidad que puede ser desarrollada en los procesos educativos bien llevados.

Según (MEN, 2006) citado por (Patiño, Saenz, & Juliana, 2017), las competencias son proceso para relacionar los conceptos matemáticos con situaciones del contexto y juega un papel muy importante, las competencias matemáticas como el eje generador de conocimiento (p. 59). Desde lo anterior según el Ministerio de Educación Nacional, las competencias se relacionan con el vivir diario de toda persona y juegan un papel muy importante para los estudiantes, ya que les fortalece la capacidad de razonar y de tomar decisiones.

Por otro lado (Tobón, 2006), citado por (Patiño, Saenz, & Juliana, 2017), se refieren a las competencias como procesos complejos de desempeño con idoneidad en un determinado contexto, con responsabilidad. Adicionalmente (MEN, 2003) citado por (Patiño, Saenz, & Juliana, 2017), hace una aclaración por medio de los estándares básicos de competencia, el cual afirma que: ser matemáticamente competente está relacionado con el saber que, el saber qué hacer y el saber cómo, cuándo y por qué hacerlo, por lo tanto las competencias están ligadas al hacer, como al comprender qué se hace y por qué se hace y la actitud y disposición para realizar la actividad (p. 57), de acuerdo con lo expuesto anteriormente en los estándares se hace la siguiente afirmación:

Para que una persona sea matemáticamente competente se necesita de tres conceptos: el saber que, el saber qué hacer y el saber cómo hacer las cosas. Si una persona cumple con estos tres conceptos se dice que la persona es matemáticamente competente.

Resolver Problemas Como Método de Enseñanza

Pasamos ahora a reflexionar sobre los aportes de la teoría con respecto a la alternativa de enseñar matemáticas, no solo para resolver problemas, sino también a través de ellos.

Sobre el concepto de resolución de problemas en (Bahamonde-Villarroel & Vicuña-Verdugo, 2011) se puede ver la resolución de problemas como una estrategia para enseñar o aprender matemáticas y se considera un método eficaz para enseñar el área de matemáticas a partir del análisis de los principales conceptos, modelos y paradigmas (p. 22).

Los docentes en el área de matemáticas pueden esforzarse en trabajar este método de enseñanza en el aula de clase, ya que permite mejorar habilidades no solo para la comprensión matemática y métodos de solución, sino también para su aplicación.

Por otro lado también (Bahamonde-Villarroel & Vicuña-Verdugo, 2011) dice:

“Lo que se busca al resolver un problema matemático es poner en práctica o aplicar algún algoritmo ya conocido” y el objetivo debería ser más amplio. “El principal error es que el docente no se atreve salir a de los procedimientos tradicionales que claramente son mucho más rápidos, pero menos eficaces” (p. 23). Es decir, es importante poner en consideración un cambio de método de enseñanza y ser flexibles a la hora de desarrollar procedimientos con el fin de identificar diferentes perspectivas y mejorar habilidades en los estudiantes a la hora de abordar un problema.

Según (Meneses & Peñaloza, 2019), dicen que las matemáticas deben enseñarse basadas en el desarrollo de competencias, ya que permite al estudiante adquirir habilidades para la resolución de problemas tales como: análisis de datos, identificación de información relevante, elaboración de un plan, aplicación correcta de algoritmos y confrontación de resultados; cuando los alumnos adquieran estas habilidades han desarrollado la competencia (p. 10), en este contexto, las competencias permiten que los estudiantes se desarrollen como individuos, como personas y sin duda que puedan aplicarse en diferentes situaciones y la resolución de problemas sí que aporta en este aspecto.

Según (Peña, 2017), en su artículo de desarrollo de las competencias matemáticas hace referencia a los estudios relacionados con la enseñanza de las matemáticas y muestran a la resolución de problemas como una estrategia o herramienta por medio de la cual los estudiantes construyen su propio conocimiento. Debido a esto cabe aquí decir se requiere que por ejemplo la enseñanza de la geometría que es un componente de las matemáticas que necesita fortalecerse, gire en torno a la resolución de problemas donde se involucre el uso de relaciones y conceptos geométricos (p. 14).

Según Pérez y Ramírez (2011) se puede decir que la resolución de problemas matemáticos ocupa un lugar central en la enseñanza, pues estimula la capacidad de crear, innovar, razonar y analizar situaciones para luego resolverlas.

Por ahora parece ser que la enseñanza de la resolución de problemas en la educación primaria es rutinaria, ya que se asignan ejercicios, más que problemas, donde el estudiante los resuelve de una forma mecánica y no ponen a trabajar la intuición. En otros casos, cuando realmente se quiere trabajar con situaciones problemáticas (p. 3). Como señala Parodi (1994), las mismas son extraídas de los libros de forma descontextualizada y, por tanto, alejadas de cualquier significado para los alumnos, debido a que los mismos en nada se asemejan con la realidad en que están inmersos, esto de acuerdo a (Pérez y Ramírez 2011) citados por (Bahamonde-Villarroel & Vicuña-Verdugo, 2011).

En consonancia con lo anterior, Bedoya y Ospina (2014) citado por (Meneses & Peñaloza, 2019) afirma que cuando los alumnos se enfrentan a problemas donde las estrategias para la solución no son explícitas, por ejemplo, tener un enunciado donde las palabras que acompañan no son agregar, aumentar, sumar, entre otras, lleva a que haya un poco de significación de la situación, lo que hace que el alumno no se desempeñe bien; como si su aprendizaje estratégico solo funcionara para algunos problemas de estructuras muy evidentes (p. 11).

Se puede agregar que en los últimos años, diferentes investigadores, han coincidido en que el trabajo con los problemas matemáticos en la escuela merece ocupar un papel central en los procesos de enseñanza, tanto en matemáticas como en otras asignaturas. A partir de las investigaciones más cercanas en el tiempo, se identifican como carencias que presentan los estudiantes en el proceso de resolución de problemas las siguientes:

- Dificultades en la comprensión de los problemas que no permiten una adecuada búsqueda de la vía de solución.
- Incoherencia en las respuestas a los problemas y bloqueos en el proceso de búsqueda de la vía de solución.
- Inhibición en la búsqueda de la vía de solución a ciertos problemas como resultado del efecto negativo de experiencias anteriores.
- Escasa autorregulación de los procesos mentales por los estudiantes en la resolución de problemas.

Por otra parte, desde la posición de los docentes entre otras de las dificultades más notables se encuentran:

- El poco tiempo que se brinda a los estudiantes para resolver los problemas, lo que no estimula la reflexión.
- Marcado énfasis en las funciones que desempeñan los problemas matemáticos como medio de asimilación o fijación de conocimiento, sin aprovechar las potencialidades que brindan al desarrollo del pensamiento.

Estas carencias o dificultades son consecuencia del escaso aprovechamiento de las potencialidades de la resolución de problemas para fortalecer la actividad mental de los estudiantes, y justifican la necesidad de indagar acerca de su tratamiento metodológico con un enfoque desarrollado, que brinde a los docentes propuestas concretas para mejorarlas (Díaz-Lozada & Díaz-Fuentes, 2018, pág. 3).

(Díaz-Lozada & Díaz-Fuentes, 2018), hablan sobre el papel tan importante que juega la resolución de problemas en las instituciones, debería ocupar un lugar central en los procesos de enseñanza, porque se identifican las falencias que están teniendo los estudiantes cuando se

enfrentan a un problema matemático, también nombra el poco tiempo que le dedicamos a esta competencia, a pesar de que es muy importante porque ayuda a los estudiantes a fortalecer su creatividad y mejorar la memoria.

Método Heurístico de Polya

En la investigación dada se propone el método heurístico como estrategia pedagógica para la enseñanza de las matemáticas a través de la solución de problemas y un acercamiento a la resolución de problemas como método heurístico lo obtuvo el matemático húngaro George Polya en su libro, cómo plantear y resolver problemas, según el autor (Polya, 1981, pág. 5):

Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, Pero en la solución de todo problema, hay cierto descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; si se resuelve por sus propios medios, se puede experimentar el encanto descubrimiento y el goce del triunfo.

Con la implementación de este método y teniendo en cuenta lo anterior, entonces no solo se busca que el estudiante encuentre la respuesta acertada cuando se enfrente a un problema en matemáticas después de seguir una serie de pasos o procedimientos, sino que además haga uso de los conocimientos y habilidades de pensamiento que requiere la competencia en resolución de problemas.

Siguiendo con el autor (Polya, 1981) este método se basa de cuatro pasos fundamentales escritos en su libro como plantear y resolver problemas (p. 4) y son los siguientes:

Paso 1- Entender el problema

Este paso es de vital importancia, ya que no podemos resolver un problema sin antes entender claramente el enunciado, lo que se les pide a los estudiantes antes de proponer algún método de solución es responder preguntas como ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles

son los datos? ¿Cuál es la condición dada? ¿Es la condición suficiente para determinar las incógnitas?. Es necesario que en este primer paso se pueda identificar si en el problema se encuentran todos los datos para resolverlo y si existe alguna información relevante.

Pasó 2- configurar un plan

En esta etapa el estudiante utiliza sus conocimientos, imaginación y creatividad para elaborar una estrategia, encontrar la o las operaciones necesarias para resolver el problema; es importante utilizar aquellos problemas que no tienen un único camino de solución y el docente puede plantear las siguientes preguntas para orientar al alumno ¿te has encontrado con un problema semejante?¿ o has visto el mismo problema planteado de forma diferente?¿puedes decir el problema de otra forma?¿puedes plantear el problema de otra forma?.

Sin duda plantear el problema a través de diferentes estrategias permite hallar semejanzas que logran aumentar la capacidad para descubrir procedimientos y dar solución a problemas. Es importante en este paso explicarles a los estudiantes cómo desarrollar las siguientes estrategias para que ellos puedan utilizarlas en caso de que sea necesario:

- Ensayo error
- Resolver un problema similar más simple
- Hacer un diagrama
- Hacer una lista

Pasó 3- ejecutar el plan

En este paso el estudiante debe implementar las estrategias que escogió en el paso 2 para solucionar el problema. El método de Polya sugiere que se debe conceder un tiempo razonable para ejecutar el plan; si no se alcanza el éxito, se debe dejar el problema a un

lado y continuar con otro para retomarlo más adelante. El profesor puede orientar el proceso con las preguntas: ¿puedes ver claramente que el paso utilizado es el correcto? ¿Puedes demostrarlo?

En este paso se revisa si la estrategia escogida es la correcta y si no, hay que plantearse nuevas ideas para dar solución a la situación.

Pasó 4- mirar hacia atrás

Este último paso es muy importante, ya que el estudiante tiene la posibilidad de revisar su trabajo y asegurarse de no haber cometido ningún error; se puede orientar con preguntas como: ¿puedes ver como extender tu solución a un caso más general?

Si al resolver el problema el estudiante emplea en forma consiente y cuidadosa cada uno de los anteriores pasos, aprenderán a diseñar y poner en práctica estrategias que les permita alcanzar el éxito.

Por medio de este paso el estudiante logra evaluar todo el proceso y dar soluciones a los problemas, además, de asociar esta solución para resolver situaciones similares.

Ejemplo más representativo del libro de Polya

Con el fin de ilustrar los puntos anteriormente expuestos se considera analizar un problema donde se pide determinar la diagonal de un paralelepípedo rectangular, dada su longitud, su ancho y su altura.

Ahora bien, consideremos que resolver problemas es una cuestión de habilidad, es decir, se adquiere mediante la imitación y la práctica, además, que no es pertinente contestar una pregunta cuando no se comprende.

Para poder dar solución al problema los alumnos deben estar familiarizados con el teorema de Pitágoras y con sus aplicaciones en geometría plana, es así, como el maestro debe

confiar en los conocimientos previos y comenzar a hacer el problema interesante, exponiendo los datos y relacionándolos con las dimensiones del salón. De ahí, se puede partir un diálogo entre maestro y alumno con el fin de lograr comprender el problema, estableciendo incógnitas, datos expuestos y establecer relaciones entre ellos y así configurar un plan.

El plan se logra determinar si el alumno logra establecer grosso modo qué cálculos, qué razonamientos o construcciones se deben hacer para determinar la incógnita. Luego, el maestro puede conducir al alumno con preguntas o sugerencias que le pueda evocar ideas como ¿conoce algún problema relacionado?, por esto la importancia de tener conocimientos previos, ya que si se carece de estos se dificulta generar ideas, cuestionarse si conoce algún problema relacionado puede provocar que se encadenen de manera correcta las ideas.

En caso de que no ocurra, se puede variar el problema o plantearlo de manera diferente por ejemplo realizando la siguiente pregunta ¿se han usado todos los datos?

Para el ejemplo expuesto, un problema análogo consiste en determinar el lado de un triángulo rectángulo, este ejercicio puede dar la idea para encontrar la solución, que consiste en introducir un triángulo rectángulo cuya hipotenusa corresponde a la diagonal, variable incógnita que se busca en el ejemplo propuesto.

Pero en caso de que no se logre establecer esta relación, el docente debe acudir a alusiones más explícitas como, por ejemplo, ¿Quieren que aparezca un triángulo en la figura? ¿Qué clase de triángulo?

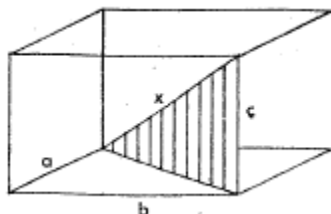


Figura 1. *Paralelepípedo*

Fuente: (Polya, 1981, pág. 32)

Finalmente, con esto se busca encontrar ese elemento auxiliar que permita resolver el problema y así el maestro puede asegurar que se realice el razonamiento correcto.

Ahora se puede ejecutar el plan, éste proporciona una línea general donde se deben examinar los detalles uno tras otro, para lograrlo se necesita concentración, buenos hábitos de pensamiento, buena suerte y paciencia, en esta oportunidad el maestro debe encargarse de insistir que se revise cada paso y no se olvide el plan. Así, el alumno ha concebido la idea de la solución a través del triángulo rectángulo superpuesto en el paralelepípedo.

Una fase importante y final es reexaminar el resultado y el camino, es recomendable verificar, ya que da buenos motivos para creer que la solución es correcta.

Enseñanza de la Geometría y las Situaciones Problema

Existe un acuerdo generalizado entre didáctica de las matemáticas y profesores de matemáticas en la enseñanza de la geometría, en los niveles de primaria debe basarse en metodologías que faciliten la actividad de exploración y descubrimiento por los estudiantes. Fruto de la actividad de los investigadores en educación matemática, existen varios modelos teóricos que identifican y organizan diversos elementos intervinientes en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría, con el fin de facilitar a los profesores la tarea de planificar y gestionar sus clases para que sean activas y participativas (Gutiérrez & Jaime, 2012, pág. 1).

El modelo de razonamiento de Van Hiele (1986) es, en la actualidad, el marco más provechoso para organizar la enseñanza de la geometría y realizar una correcta evaluación de

aprendizaje comprensivo de los estudiantes. También se presentan las fases de aprendizaje, en el componente del modelo relacionado de manera más directa con la actividad cotidiana de profesores y estudiantes (Díaz-Lozada & Díaz-Fuentes, 2018, pág. 2).

Un elemento del modelo de Van Hiele son las fases de aprendizaje. Estas constituyen una propuesta metodológica para los profesores que les indican cómo organizar los diferentes tipos de contenidos de un tema en específico, secuenciándolos para que faciliten el progreso de los estudiantes y gradúen su aprendizaje (Díaz-Lozada & Díaz-Fuentes, 2018, pág. 2).

Como indican Jaime y Gutiérrez (1990), citado por (Díaz-Lozada & Díaz-Fuentes, 2018), Van Hiele caracteriza, el aprendizaje como un resultado de la acumulación de la cantidad suficiente de experiencias adecuadas; por tanto, existe la posibilidad de alcanzar niveles más altos de razonamiento fuera de la enseñanza escolar si se consigue las experiencias apropiadas. No obstante, esas experiencias, aunque existen y no deben despreciarse, generalmente no son suficientes para producir un desarrollo de la capacidad de razonamiento completo y rápido, por lo que la misión en educación matemáticas en la básica primaria es proporcionar experiencias adicionales, bien organizadas para que sean lo más útiles posible. La función de las fases de Van Hiele consiste en sugerir al profesor cómo realizar dicha organización. Las fases de aprendizaje son una graduación y organización de las actividades que debe realizar un estudiante para adquirir las experiencias que le lleven a niveles superiores de razonamiento (p. 3).

Por otro lado, ahora con respecto al problema de enseñar geometría como componente de las matemáticas y según (González-Quiza, Guillén, & Figueras, 2006), el pensamiento geométrico es uno de los componentes de las matemáticas que más se ve afectado en su enseñanza y aprendizaje, estudios realizados dan a conocer que este componente lo dejan para el último periodo y no se enseña con la rigurosidad que debe tener este pensamiento geométrico (p.

56). González-Quiza, Guillén & Figueras, entonces hacen un crítica de cómo en el currículo el componente métrico-geométrico las instituciones no le prestan la suficiente atención, ni lo enseñan de una manera muy amena, lo que es una de las causas para que los estudiantes tengan tan mala preparación y a la hora de enfrentarse a situaciones problemas del componente métrico geométrico les vaya tan mal.

Además, el (MEN - Ministerio de Educación Nacional, 1998) afirma que: la rigurosidad de la geometría hace difícil tanto su enseñanza como su aprendizaje. Es por este motivo por lo cual se debe prestar más atención a este componente y que las instituciones no lo dejen para el último periodo, si no asignarles más tiempo a los contenidos que se concentran en este pensamiento, ya que como lo decían en los estándares es difícil de enseñar y es de vital importancia a la hora de desarrollar problemas cotidianos y no cotidianos para lograr realizar dibujos y representaciones que faciliten su comprensión y posterior solución.

Marco legal para la enseñanza de las matemáticas y la geometría.

A continuación, se hace referencia de manera general, al Marco normativo que rige la educación en Colombia y de manera particular, a los referentes legales para la educación en matemáticas, porque deben ser tenidos muy en cuenta a la hora de la planeación y ejecución de los proyectos educativos. Y estos referentes fundamentan la investigación sobre la motivación en el desarrollo integral de los educandos.

Particularmente la ley 115 de 1994 señala las normas para regular el servicio público de la educación que cumple una función social acorde con las necesidades e intereses de las personas, la familia y de la sociedad, esta ley se fundamenta en los principios de la constitución

política, sobre el derecho a la educación que tiene toda persona y las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra y en su carácter de servicio público.

La Constitución Política de 1991 en el Artículo 67 define y desarrolla la organización y la prestación de la educación formal en sus niveles preescolar, básica (primaria y secundaria) y media no formal e informal, dirigida a niños y jóvenes en edad escolar, adultos y campesinos, grupos étnicos, personas en situación de discapacidad física y sensorial, con capacidades excepcionales y a personas que requieran rehabilitación social, a través de la educación se busca el acceso al conocimiento a la ciencia, a la técnica y a los demás bienes y valores de la cultura, a continuación se exponen los referentes establecidos para el área de matemáticas gestionados desde el MEN.

Ahora con respecto a los referentes legales de matemáticas, digamos que los lineamientos matemáticos son las orientaciones pedagógicas, epistemológicas y curriculares que define el MEN en conjunto con el apoyo de las instituciones educativas para apoyar el proceso de fundamentación y planeación de las áreas obligatorias y fundamentales definidas por la ley general de educación en su artículo 23. Los lineamientos salieron de la base ¿Qué enseñar?, ¿Cómo enseñar? ¿Qué aprender?

Del mismo modo los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas adoptan el modelo epistemológico para el conocimiento matemático, propuesto en lineamientos curriculares donde se tienen en cuenta tanto el conocimiento conceptual como el procedimental, es decir, que teniendo en cuenta esto, los estándares deben ser interpretados como elementos dinamizadores del currículo, además, de brindar elementos para el diseño de Proyectos Educativos Institucionales, con el fin de integrar todos los procesos que se desarrollan en el aprendizaje. Son

importantes porque permiten la formulación de programas y proyectos, el diseño de planes de acción curricular y el establecimiento de estrategias para mejorar los resultados en la evaluación.

Asimismo, Los de Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) proponen cuáles son los aprendizajes fundamentales de cada grado, se convierten en un referente central que permite garantizar la equidad en lo que se enseña y se evalúa a todos los niños, niñas y jóvenes del país, Además, del cierre de brechas entre lo rural y lo urbano y lo público y lo privado. Son referentes para la planeación de clases, constituyen un propuesta inicial donde los maestros logren involucrar los DBA en el aula de clase y proponer unos nuevos, son un apoyo y un complemento para la construcción y la actualización de propuestas curriculares, pues comprende algunos elementos fundamentales del componente cognitivo de aprendizaje en matemáticas.

En este punto es importante mencionar las mallas de aprendizaje como herramienta pedagógica y didáctica que favorece tanto al aula educativa como a los docentes para favorecer el fortalecimiento y la actualización curricular centrada en los aprendizajes que se deben tener, su importancia radica en que ofrecen sugerencias didácticas que orientan los procesos curriculares de matemáticas.

Finalmente los referentes antes expuestos permiten fortalecer las competencias matemáticas entre ellas, la competencia para resolver problemas y también dan orientaciones a las instituciones educativas y sus docentes en cuanto a su enseñanza, ya que este proceso supone un conjunto de situaciones en donde el docente planea, gestiona y propone para dinamizar las acciones y actividades dentro del aula de clase.

Situación problema modelo para la enseñanza de la geometría en el grado quinto.

A continuación y usando de manera breve las cuatro fases del modelo de Polya se presenta una situación problema modelo para la enseñanza de la geometría en el grado quinto.

La situación problema lleva por nombre “Desafío final” , pertenece al componente métrico geométrico y se pretende que el estudiante no solo adquiera la competencia de Comparar y clasificar figuras bidimensionales de acuerdo a sus componentes, sino que además, que identifique y justifique relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.

Se propone un rompecabezas que es la disección de un cuadrado de 14 polígonos. Su implementación en el aula permite que los estudiantes además de pasar un rato agradable resolviendo la situación problema (6 retos o desafíos) refuercen sus conocimientos sobre polígonos convexos y no convexos (o cóncavos), polígonos congruentes e identificación de fracciones tomando como unidad el cuadrado completo.

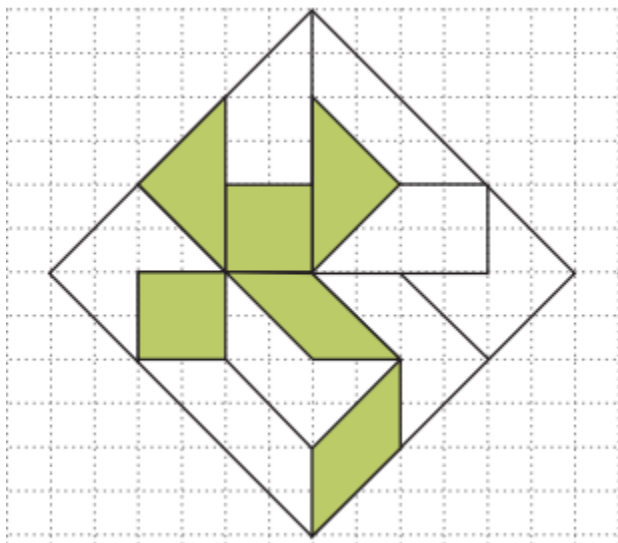


Figura 2. *Rompecabezas*

Fuente (Velásquez-López, 2013)

El desarrollo de la actividad puede dividirse en dos momentos así:

1. Reconocimiento del rompecabezas

Una vez tengan recortadas las 14 piezas, se le pide pintar por el otro lado los seis polígonos que están sombreados (2 triángulos rectángulos isósceles, 2 paralelogramos y 2 cuadrados) la razón de esto es que las fichas no tienen ni derecho ni revés, si solo se deja la sombra de la fotocopia pensarán que es el único lado por el que las pueden usar.

Orientación de la primera fase que es entender el problema.

Estas son algunas preguntas que sirven para orientar el reconocimiento de las piezas y además entender la situación problema que se les plantea:

¿Cuándo un polígono es convexo? ¿Cuántos polígonos convexos hay? ¿Cuántos no convexos?

¿Cuándo dos polígonos son congruentes?

¿Hay triángulos? ¿De qué tipo?

¿Hay cuadriláteros? ¿De qué tipo?

¿Hay pentágonos? ¿De qué tipo?

¿Qué fracciones de todo el cuadrado representan cada uno de los polígonos sombreados?

2. juego ‘desafío final’

El grupo se divide en equipos de dos, tres o cuatro estudiantes, según criterio del docente.

Se maneja un rompecabezas por equipo.

Dinámica del juego.

Ahora deben concebir un plan:

Con el reconocimiento de las figuras ya pueden planear cómo enfrentar los retos que tendrán y para que tengan en mente la idea, se les puede preguntar si han resuelto en otras

ocasiones algún tipo de rompecabezas, lo que les permitirá tener una idea más clara. Entonces todos los estudiantes deben reproducir con su rompecabezas el reto planteado por el docente. Es necesario aclararles que el tamaño de todos los retos propuestos es el mismo del de la plantilla inicial (se le puede sugerir que al recortar las piezas dejen el marco en la hoja para que en el ubiquen las soluciones).

El docente ubica en el tablero uno de los retos. Cada equipo de jugadores debe observar durante un tiempo límite estipulado por el maestro. Durante ese tiempo ningún estudiante puede escribir, manipular las fichas o tomar fotografías, quien lo haga queda descalificado de la ronda.

Ejecución del plan:

Pasado el tiempo definido, el docente retira el reto del tablero y los equipos empiezan a reproducir con sus fichas lo observado. En este momento se les puede preguntar si están seguros de los pasos que desarrollaron de tal suerte que si se están equivocando entonces cambien de plan ya que gana el equipo que reproduzca el reto bien y en el menor tiempo.

Visión retrospectiva:

Dado que son seis retos, es decir seis rondas, el ganador o grupo ganador absoluto será quien haya logrado reproducir la mayor cantidad de ellos, pero debe tenerse en cuenta que tanto los ganadores como los que no, deben revisar todo el trabajo realizado, ya sea para mejorar la habilidad de solución en el caso de los ganadores o para encontrar dónde se presentaron las mayores dificultades en el caso de quienes tardaron más o no lograron solucionar los retos.

Teniendo en cuenta lo anterior, el mecanismo de puntuación lo determina el docente (Velásquez-López, 2013, págs. 84-94).

CONCLUSIONES

Este artículo de reflexión, se realizó con el fin de aportar al aprendizaje de los estudiantes en la resolución de problemas en el área de matemáticas, enfocado en el desarrollo de estrategias metodológicas basadas en la habilidad de resolución de problemas del componente métrico geométrico por el método heurístico de Polya para el grado quinto.

La enseñanza de las matemáticas a través del método de la resolución de problemas permite aprendizajes en contexto, en colectivo y con dinámicas de amplia participación por parte de los estudiantes para la generación del conocimiento pretendido, donde se dejan de lado el protagonismo estelar del profesor. Todo ello gracias a que el aprendizaje se da es a través de la interacción con las situaciones problema que se proponen, las cuales actúan como medio y no como fin, es decir, no son ejercicios rutinarios propuestos para aplicar conocimientos matemáticos que se han adquirido con anterioridad, sino que se trata que durante la actividad matemática para solucionar las situaciones problema se generen los conocimientos que permitan llevar a feliz término dicho problema.

Las matemáticas son un lenguaje y como tal entonces permiten en muchos casos la representación, la comunicación y el entendimiento de las experiencias que tienen las personas de su realidad. Por ello, el aprendizaje de las matemáticas ayuda al desarrollo intelectual de los estudiantes y por supuesto a la adquisición de otros conocimientos que se apoyan en las matemáticas.

Aprender matemáticas bajo el enfoque de la resolución problemas y teniendo en cuenta los hallazgos en este trabajo investigativo, tiene muchos aspectos favorables, entre ellos cabe destacar, que por un lado, no solo se adquieren habilidades para enfrentar situaciones que

implican un reto cognitivo y que no necesariamente tengan que ser del campo matemático, sino que además, durante la búsqueda que hace el estudiante de la solución al problema, el profesor puede lograr desarrollar en ellos la capacidad de matematizar y construir modelos, lo cual consiste en aprender a expresar en términos matemáticos situaciones y experiencias de la realidad y con lo anterior cargar de sentido el uso de reglas matemáticas para obtener resultados.

Teniendo en cuenta la necesidad histórica que tenemos las personas de establecer relaciones no solo con otros, sino también con el entorno y que en el caso de nuestro entorno requiere de representaciones abstractas para su descripción, el aprendizaje de la geometría tiene un papel fundamental en este propósito de relación. Por ello y tal y como se encontró en esta investigación la enseñanza de las matemáticas y en particular la enseñanza de la geometría requiere de métodos de enseñanza más eficaces que por supuesto son aquellos que permitan inicialmente la adquisición de ideas intuitivas para lograr posteriormente otras más formales. Estas primeras ideas se desarrollan en la educación primaria y una buena propuesta metodológica es a través del método de resolución de problemas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bahamonde-Villaruel, S., & Vicuña-Verdugo, J. (2011). *Resolución de problemas*. Chile.
- Díaz-Lozada, J. A., & Díaz-Fuentes, R. (2018). Métodos de resolución de problemas y el desarrollo del pensamiento matemático. *Creativecommons*, 1-74.
- Gómez-Cedeño, M. (2011). *Pensamiento geométrico y métrico en las pruebas nacionales*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- González-Quiza, E., Guillén, G., & Figueras, O. (2006). La enseñanza de la geometría en la educación primaria. *Panorama*, 61-74.
- Gutiérrez, A., & Jaime, A. (2012). reflexión sobre la enseñanza de la geometría en primaria. *Tecne, Episteme y Didaxis*, 1-16.
- MEN - Ministerio de Educación Nacional. (1998). Estándares básicos de competencia. *Ministerio de Educación*, 9-183.
- Meneses, M. L., & Peñalosa, D. Y. (2019). *Método de Polya como estrategia pedagógica para fortalecer la competencia en resolución de problemas*. Cúcuta: Zona Próxima.
- Ministerio de Educación. (2018). Estándares básicos de competencia. *Ministerio de Educación*, 1-60.
- Patiño, M., Saenz, E., & Juliana, R. (2017). Desarrollos de las competencias matemáticas en el pensamiento geométrico a través del método heurístico de Polya. *Panorama*, 61-74.
- Peña, D. (2017). Desarrollo de las competencias matemáticas. *Panorama*, 61-74.
- Piñero, J. L., & Díaz, D. (2015). Qué es la resolución de problemas? *Redipe*, 1-6.
- Polya, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Rojas-de Escalona, B. (2010). Solución de problemas, una estrategia para la evaluación del pensamiento creativo. *Sapiens*, 117-125.

Tobón, S. (2006). Aspectos básicos de la formación basada en competencias. *Proyecto Mesesup*.

Velásquez-López, M. (2013). Aventuras matemáticas. *Alianza por la educación con calidad y equidad*, 84-94.